

S-MT4

Concours EAMAC 2018	Cycles TECHNICIEN SUPERIEUR et TECHNICIEN	MATHEMATIQUES
------------------------	--	---------------

Exercice S-MT4-1 : (5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

- Déterminer les trois nombres a , b et c sachant que :

$$\begin{cases} abc = 15 \\ 3b = (1 + 2i)c \\ ac = 3(2 + i) \end{cases}$$

- On considère les points A , B et C d'affixes respectives $-1 + 2i$; $2 - i$ et $-3i$.

On pose : $z = \frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$

- Donner la forme algébrique et la forme trigonométrique de z
- En déduire la nature du triangle ABC

Exercice S-MT4-2 : (5 points)

Soit f la fonction définie sur $[-\frac{5}{2}; +\infty[$ par : $f(x) = \sqrt{2x+5}$ et (C) sa représentation graphique dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan.

- f est-elle dérivable pour tout x de $[-\frac{5}{2}; +\infty[$?
- Etudier les variations de f .
- Soit A le point d'abscisse $-\frac{5}{2}$, et M un point de (C) , distinct de A , d'abscisse x_0 ;
 - écrire une équation de la droite (AM) ;
 - on désigne par $\theta(x_0)$ le coefficient directeur de cette droite. Que peut-on dire de $\theta(x_0)$ lorsque x_0 tend vers $-\frac{5}{2}$? Construire la courbe (C)

On désigne par (Γ) l'ensemble des points N dont les coordonnées $(x; y)$ vérifient : $y^2 - 2x - 5 = 0$.

- Comment peut-on déduire (Γ) de la courbe (C) ? Construire (Γ) .

Exercice S-MT4-3 : (5 points)

On considère la suite numérique $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \sqrt{3u_n + 4} \end{cases} \text{ pour tout entier naturel } n$$

1. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel, $0 \leq u_n \leq 4$.
2. Démontrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite croissante.
3. En déduire que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente.

Exercice S-MT4- 4 : (5 points)

Un laboratoire propose un test de dépistage pour une maladie.

La probabilité qu'une personne atteinte de cette maladie ait un test positif est 0,97.

La probabilité qu'une personne non atteinte de cette maladie ait un test positif est 0,01.

La probabilité qu'une personne ait un test positif est 0,394

On procède au dépistage systématique dans la population où s'est déclenchée cette maladie.

On choisit une personne au hasard dans cette population.

On note les événements suivants :

M : « la personne est atteinte de la maladie »

T : « la personne choisie a un test positif ».

On note p la probabilité de l'événement M.

1. Construire l'arbre pondéré correspondant à cette situation.
2. a. Calculer $p(M \cap T)$ et $p(\overline{M} \cap T)$ en fonction de p .
b. Montrer que $p(T) = 0,96p + 0,01$. En déduire que $p = 0,4$
3. Un personne choisie a un test positif. Calculer la probabilité qu'elle soit atteinte de la maladie.