

Exercice 1

1. (a) Montrer que l'ensemble \mathbb{R}^4 muni de l'addition et la multiplication externe est un espace vectoriel réel.
 (b) Désigner au moins deux sous-espaces vectoriel de \mathbb{R}^4
2. L'ensemble des nombres complexes est-il un espace vectoriel réel ? si oui, quels sont les vecteurs de base ?

Exercice 2

1. on donne le système
$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ 5x_1 + 3x_2 + 8x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

- (a) étudier la compatibilité de ce système
- (b) le résoudre au cas où il est compatible

2. utiliser la méthode de Cramer pour résoudre le système suivant :
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$$

Exercice 3

1. a) Vérifier que les fonctions $f(x) = \arctan\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ et $g(x) = \arctan x$ admettant les mêmes dérivées sur l'ensemble $E = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 1\}$.

b) Etablir la relation qui existe entre ces fonctions.

2. calculer les limites suivantes :

(a) : $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^x$

(b) : $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\tan x)^{2 \cos x}$

(c) : $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\ln x}$

Exercice 4

- 1) Calculer les intégrales suivantes :

(a) $\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right)^2 dx$

(b) $\int 2^x 3^{2x} 5^{3x} dx$

(c) $\int (\tan x + \cot x)^2 dx$

(d) $\int \frac{x^3 - 2x}{(x^2 + 1)^2} dx$

- 2) Calculer la longueur de l'arc de la courbe $y^2 = x^3$ compris entre $x = 0$ et $x = 1$; $y \geq 0$.