



Concours EAMAC
2022

Cycles : INGENIEUR et
EXPLOITATION EN
AERONAUTIQUE CIVILE

Epreuve de : Mathématiques

Durée : 04 heures

Exercice 1 : (5 points)

$$\text{Soit } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$$

1. Déterminer le polynôme caractéristique $P(X)$ de A .
2. Calculer $P(-1)$, $P(0)$, $P(1)$, $P(2)$ et $P(3)$.
3. En déduire si A est diagonalisable.
4. On note $t_n = \text{tr}(A^n)$ où tr désigne la trace. Exprimer t_n en fonction de t_{n-1} , t_{n-2} , t_{n-3} .
5. Déterminer le rayon de convergence de la série $\sum_{n=0}^{+\infty} t_n z^n$ et calculer sa somme.

Exercice 2 : (5 points)

Soit z le nombre complexe défini par :

$$z = \frac{1}{2}(\sin \theta + i(1 - \cos \theta)) \text{ où } \theta \text{ est un réel de } [-\pi, \pi]$$

1. Déterminer, en fonction de θ , le module et un argument de z .
2. Déterminer, en fonction de θ , le module et un argument de $-i$.
3. Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct, on considère le point M d'affixe $z - i$.

Déterminer la nature géométrique de l'ensemble décrit par le point M lorsque θ varie dans l'intervalle] $0, \pi$ [.

Exercice 3 : (5 points)

Soit $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x} dx$

1. Montrer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$.
2. Calculer $I_n + I_{n+1}$.
3. Déterminer $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k+1}}{k} \right)$

Exercice 4 : (5 points)

Soit $f(x, y) = 7xy + 4(x^3 - y^3) + x - y$

1. Etudier les extrema locaux de f
2. Quelle est l'image par f de \mathbb{R}^2 ?