

	Concours EAMAC 2022	Cycle : TECHNICIEN
---	--------------------------------	---------------------------

Epreuve de : Mathématiques

Durée : 03 heures

Exercice 1 (5 points)

Soit la suite (U_n) définie par :
$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{U_n}{2} + 3 \end{cases}$$

- 1) Montrer que (U_n) est croissante et majorée par 6. Que peut-on en déduire ? **(1pt)**
- 2) Soit (V_n) la suite définie par $V_n = U_n + a$.

Déterminer la valeur de a pour que (V_n) soit une suite géométrique. **(1pt)**

- 3) On pose $a = -6$
 - a. Exprimer les termes V_n et U_n en fonction de n . **(1pt)**
 - b. Etudier la convergence de (U_n) . **(1pt)**
 - c. Calculer $S_n = V_0 + \dots + V_{n-1}$ et $S'_n = U_0 + \dots + U_{n-1}$. **(1pt)**

Exercice 2 (5 points)

Soit $h_a(x) = (-x^2 + ax + a)e^{-x}$ avec a un paramètre réel.

On note C_a la courbe de la fonction h_a .

- 1) Montrer que toutes les courbes C_a passent par un même point fixe I que l'on précisera. **(1pt)**
- 2) a. Etudier suivant les valeurs de a les variations de h_a . **(1pt)**
b. Tracer la courbe C_{-4} . **(1pt)**
- 3) Soit M_a le point d'abscisse $a+2$.
 - a. Calculer son ordonnée. **(0,5pt)**
 - b. Montrer que lorsque a varie, le point M_a décrit une courbe (Γ) que l'on précisera. **(1pt)**
 - c. Vérifier que (Γ) passe par le point fixe I . **(0,5pt)**

Exercice 3 (5 points)

- 1) On considère un polygone régulier de n cotés ($n > 3$) et on appelle diagonale du polygone tout segment dont les deux extrémités sont deux sommets non consécutifs du polygone. Donc tout segment constitué de deux sommets du polygone est soit un côté soit une diagonale.
 - a) Combien de segments peut-on former à partir de ce polygone ? **(1pt)**
 - b) En déduire le nombre d de diagonales qu'on peut tracer. **(1pt)**
- 2) On joint au hasard deux sommets du polygone.
 - a) Quelle est la probabilité p_1 d'obtenir une diagonale du polygone? **(1pt)**
 - b) Quelle est la probabilité p_2 d'obtenir un coté du polygone ? **(1pt)**
- 3) Application :

Quelle est la probabilité d'obtenir une diagonale lorsqu'on joint au hasard 2 sommets :

 - a) d'un pentagone ? b) d'un hexagone? c) d'un octogone ? **(1pt)**

Exercice 4 (5 points)

Pour $z \neq -i$ on pose $Z = \frac{z+2i}{1-iz}$ avec $z = x + iy$ où x et y sont des réels.

Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que :

- 1) Z est réel **(1,5pt)**
- 2) Un argument de Z est $-\frac{\pi}{2}$. **(0,5pt)**
- 3) Le point N d'affixe Z est sur le cercle de centre A d'affixe i et de rayon $\frac{1}{2}$. **(1,5pt)**
- 4) Existe-t-il des points M d'affixe z telle que $Z = \bar{z}$? où \bar{z} désigne le conjugué de z **(1,5pt)**