

**CONCOURS D'ENTREE AU CYCLE DE CONTROLEUR DE LA
 CIRCULATION AERIENNE DE L'ECOLE AFRICAINE DE LA
 METEOROLOGIE ET
 DE L'AVIATION CIVILE (EAMAC)
 SESSION 2012
 EPREUVE DE : MATHEMATIQUES
 DUREE : 4 HEURES**

Exercice 1 (4pts)

Soit la suite (u_n) définie par: $u_0 = a$ et $u_{n+1} = u_n(2 - 9u_n)$, avec $a \in \mathbb{R}$.

Pour quelles valeurs de $a \in \mathbb{R}$ la suite (u_n) est-elle convergente? Calculer $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$, suivant les valeurs de a .

Exercice 2 (6pts)

Calculer les intégrales suivantes:

1. $I = \int_1^{16} \arctan \sqrt{\sqrt{x} - 1} dx$

2. $J = \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} \frac{2x^7 + 3x^6 - 10x^5 - 7x^3 - 12x^2 + x + 1}{x^2 + 2} dx.$

Exercice 3 (4pts)

On considère l'application linéaire f de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R}^2 définie par: $f(x, y) = (5x - 4y, x)$.

1° Ecrire la matrice A de f dans la base canonique.

2° Quelle est la matrice B de f dans la base $\{(1, 1), (4, 1)\}$.

3° En utilisant la matrice de changement de bases, calculer A^n ($n \in \mathbb{N}$).

Exercice 4 (6pts)

1. Calculer le développement limité au voisinage de $t = 0$ et à l'ordre 3 de la fonction

$$g(t) = \arctan(1 + t).$$

2. On pose $l = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{\frac{\pi}{4} - \arctan x}$. Déterminer l .

3. Soit

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x}{\frac{\pi}{4} - \arctan x}, & \text{si } x \neq 1 \\ l, & \text{si } x = 1. \end{cases}$$

Donner l'allure de la courbe d'équation $y = f(x)$ au voisinage de $x = 1$ (tangente, position de la courbe par rapport à la tangente).