

Chari

CONCOURS D'ENTREE AUX CYCLES DE TECHNICIEN SUPERIEUR ET  
TECHNICIEN DE L'ECOLE AFRICAINE DE LA METEOROLOGIE ET DE  
L'AVIATION CIVILE (EAMAC)

SESSION 2011

EPREUVE DE : MATHEMATIQUES

DUREE : 3 HEURES

⇒ Tech. / TS

**Exercice 1**

Soient les intégrales suivantes:

$$I = \int_0^{\pi} e^t \cos^2 t dt \text{ et } J = \int_0^{\pi} e^t \sin^2 t dt.$$

1. Calculer  $I + J$  et  $I - J$ .
2. En déduire les valeurs de  $I$  et  $J$ .

**Exercice 2**

Soit  $f_a$  la fonction définie par:

$$f_a(x) = \log(x^2 - 2ax + 1),$$

où  $-1 \leq a \leq 1$  et  $\log$  désigne la fonction logarithme népérien. On notera  $C_a$  la courbe représentative de  $f_a$  dans un repère orthonormé.

A) Dans cette partie du problème on suppose  $a = -1$ .

1. Etudier les variations de  $f_{-1}$  et tracer la courbe représentative  $C_{-1}$ .
2. a) Déterminer une primitive de la fonction  $g$  définie par:  $g(x) = \log(x + 1)$ .  
b) Calculer l'aire de ensemble des points de coordonnées  $(x, y)$  satisfaisant aux conditions:  
 $0 \leq x \leq e - 1$  et  $0 \leq y \leq f_{-1}(x)$ .

B) Dans cette partie, on suppose  $0 < a < 1$ .

1. Déterminer le domaine de définition de  $f_a$ .
2. Etudier les variations de la fonction  $f_a$ .
3. Montrer que la courbe  $C_a$  admet la droite d'équation  $x = a$  pour axe de symétrie.
4. Soit  $h$  la fonction définie par:  $h(x) = 2 \log x$ ,  $x > 0$ .  
Donner, selon la valeur de  $x$ , le signe de l'expression:  $f_a(x) - h(x)$ .  
Cette expression admet-elle une limite quand  $x$  tend vers  $+\infty$ ?
5. Tracer la courbe représentative de  $h$  et utiliser ce qui précède pour tracer  $C_{\frac{2}{3}}$  dans le même repère.

C) Montrer que les courbes  $C_a$  et  $C_{-a}$  sont symétriques par rapport à la droite d'équation  $x = 0$ .