

Chari

CONCOURS D'ENTREE AUX CYCLES DE TECHNICIEN SUPERIEUR ET
TECHNICIEN DE L'ECOLE AFRICAINE DE LA METEOROLOGIE ET DE
L'AVIATION CIVILE (EAMAC)

SESSION 2011

EPREUVE DE : MATHEMATIQUES

DUREE : 3 HEURES

⇒ Tech. / TS

Exercice 1

Soient les intégrales suivantes:

$$I = \int_0^{\pi} e^t \cos^2 t dt \text{ et } J = \int_0^{\pi} e^t \sin^2 t dt.$$

1. Calculer $I + J$ et $I - J$.
2. En déduire les valeurs de I et J .

Exercice 2

Soit f_a la fonction définie par:

$$f_a(x) = \log(x^2 - 2ax + 1),$$

où $-1 \leq a \leq 1$ et \log désigne la fonction logarithme népérien. On notera C_a la courbe représentative de f_a dans un repère orthonormé.

A) Dans cette partie du problème on suppose $a = -1$.

1. Etudier les variations de f_{-1} et tracer la courbe représentative C_{-1} .
2. a) Déterminer une primitive de la fonction g définie par: $g(x) = \log(x + 1)$.
b) Calculer l'aire de ensemble des points de coordonnées (x, y) satisfaisant aux conditions:
 $0 \leq x \leq e - 1$ et $0 \leq y \leq f_{-1}(x)$.

B) Dans cette partie, on suppose $0 < a < 1$.

1. Déterminer le domaine de définition de f_a .
2. Etudier les variations de la fonction f_a .
3. Montrer que la courbe C_a admet la droite d'équation $x = a$ pour axe de symétrie.
4. Soit h la fonction définie par: $h(x) = 2 \log x, x > 0$.
Donner, selon la valeur de x , le signe de l'expression: $f_a(x) - h(x)$.
Cette expression admet-elle une limite quand x tend vers $+\infty$?
5. Tracer la courbe représentative de h et utiliser ce qui précède pour tracer $C_{\frac{2}{3}}$ dans le même repère.

C) Montrer que les courbes C_a et C_{-a} sont symétriques par rapport à la droite d'équation $x = 0$.